心理統計法第 10 回 **学籍番号：**
講義ノート p.1
講義担当：佐々木康成 **名　　前：**

【手がかり用スペース】

今日の内容
対応の無い t 検定
対応のある t 検定

前回のあらすじ
区間推定
μ を点推定するとズレが生じる（つまり誤りが発生する）
より正しく言い表すには？
「ある区間」に「ある確率で」存在すると言った方がより正確な言い方になる

t 分布
有限の標本数を使って正しく推測することは，標準正規分布では実行不可能
自由度によって分布の形が変わる t 分布（スチューデントの t 分布）を利用する必要がある

検定の仕組み
検定とは，仮説を立てて，その仮説が統計的に正しいかどうかを判断する手法
基本的には「条件間に差はない」という前提からはじめて、それを棄却できるかどうかを問題にする（帰無仮説）
事前にどの統計量を利用するか（どの分析を用いるか）を決める必要がある

t 検定
標本から母集団を推測するためには統計量 t が必要
t を用いた検定方法が t 検定

検定の手法
帰無仮説の設定
有意水準の設定
検定方法の確定
臨界値の導出
検定量の算出と臨界値との比較

【要点書き出し用スペース】

心理統計法第 10 回　　　　　学籍番号：
講義ノート p.2
講義担当：佐々木康成　　　　名　　前：

【手がかり用スペース】

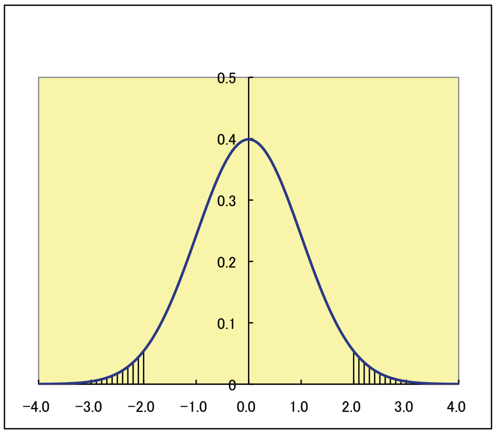
帰無仮説の設定
統計的仮説の一つ
（実験等の）操作による効果は無い
全ての群は同一の母集団からの無作為抽出による標本と考える
帰無仮説の反対は対立仮説
「それぞれの群には差がある」
対立仮説＝研究仮説＝研究者の主張したい仮説

有意水準の決定
もしも群の平均値に差がない（帰無仮説通り）なら，「差が出る」ことは稀な出来事
稀な出来事が起きたなら「帰無仮説は棄却」する（仮説が誤りと見なす）
稀な確率を有意水準と呼ぶ（α で表す）
心理分野では一般的に $\alpha = 5\%$

検定方法の確定
検定方法は検定したい内容によって変わる
t 検定：2 つの平均値に差があるかを検定する

臨界値
帰無仮説が棄却される確率　　：有意水準＝ 5%
実際に棄却するための境界線　：臨界値

t 検定では臨界値は自由度によって変化
自由度∞なら正規分布と一致し，±1.96
斜線部分に T が入ったら帰無仮説を棄却
信頼限界と同じ値
視点が逆
内側か外側の違い



【要点書き出し用スペース】

心理統計法第 10 回 **学籍番号：**
講義ノート p.3
講義担当：佐々木康成 **名　　前：**

【手がかり用スペース】

検定量の算出と臨界値との比較
　　実際の測定されたデータ（標本）から検定量の算出を行う
　　自由度によって決定された臨界値との比較を行う
　　臨界値よりも外側の値ならば帰無仮説を棄却する

t 検定の具体的な手続き
　　帰無仮説の設定（2 つの平均値間に差はない）
　　有意水準の設定（$\alpha = 5\%$）
　　検定方法の確定（t 検定）
　　臨界値の導出（自由度から t の表で求める）
　　検定量の算出と臨界値との比較

検定における誤り
　　有意水準 5%の検定には 5%の誤りの可能性が含まれている

誤りのパターンは 2 種類
　　第 1 種の誤り
　　　　帰無仮説が正しいのにそれを棄却する誤り
　　　　データの偏りが偶然なのに偶然ではないと言ってしまう誤り
　　　　有意水準αと同値（一般的に 5%）
　　第 2 種の誤り
　　　　帰無仮説が誤っているのにそれを棄却しない誤り
　　　　実際のデータの偏りがあるのに偶然だと言ってしまう誤り
　　　　第 2 種の誤りの確率をβで表す
　　　　　　「実験のやり方が間違っている」など

t 検定の実際
　　平均値が 1 つの場合の t 検定
　　平均値が 2 つの場合の t 検定
　　　　対応が無い場合
　　　　対応がある場合

使い分けができるようになること

【要点書き出し用スペース】

心理統計法第 10 回　　　　　　　　　　学籍番号：
講義ノート p.4
講義担当：佐々木康成　　　　　　　　　名　　前：

【手がかり用スペース】

1 つの平均値の検定

ある値から標本平均値が有意に外れている（有意に多いか，または少ない）かを検定する

標本平均と母平均の差を標準誤差の推定値で割ったもの

$$t = \frac{\overline{X} - \mu_x}{\frac{s_x}{\sqrt{N}}}$$

この式は t 検定を理解するためにきわめて重要です

例題

あるコーヒー屋で 100g のコーヒーを 10 袋頼んだら，以下のような数値で出て来た.

88, 90, 90, 91, 94, 95, 98, 100, 101, 103

このコーヒー屋は数値をごまかしているといえるか？

解答

【要点書き出し用スペース】

心理統計法第 10 回　　　　　　学籍番号：
講義ノート p.5
講義担当：佐々木康成　　　　　名　　前：

【手がかり用スペース】

対応の無い t 検定

分子

母平均と標本平均でそれぞれ差を求めて結果を比較する

μ 1 とμ 2 は同値（帰無仮説から）　$(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - \cancel{(\mu_1 - \mu_2)}$

分母

分母は「差の誤差の推定値」

標準誤差の代用として標準偏差を標本数の平方根で割ったもの

ただし現時点でσ x は分からない

母標準偏差を標本から推定　$S_{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}$

X1 と X2 それぞれで N の数が違うので重み付けをして算出

√{(X1 の推定母分散 /N1)+ (X2 の推定母分散 /N2)}

両者の母分散は等しいので（帰無仮説）

√{ 推定母分散 x (1/N1)+1/N2)

となる

この式の推定母分散は $\dfrac{\sum(x_1 - \overline{x_1})^2 + \sum(x_2 - \overline{x_2})^2}{(N_1 - 1) + (N_2 - 1)}$ と表現される

まとめると以下の通り

$$t_0 = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\left(\dfrac{N_1 S_1{}^2 + N_2 S_2{}^2}{(N_1 - 1) + (N_2 - 1)}\right)\left(\dfrac{1}{N_1} + \dfrac{1}{N_2}\right)}}$$

N が等しい場合の t 検定の計算式

$$t_0 = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\dfrac{S_1{}^2 + S_2{}^2}{N - 1}}}$$

検定量が求められたら臨界値と比較

t 分布における自由度と有意水準 5%における臨界値

自由度	信頼限界	自由度	信頼限界
1	± 12.706	8	± 2.306
2	± 4.303	9	± 2.262
3	± 3.182	10	± 2.228
4	± 2.776	30	± 2.042
5	± 2.571	60	± 2.000
6	± 2.447	120	± 1.980
7	± 2.365	∞	± 1.960

t 検定の処理

検定量の方が臨界値より外側にある場合，有意差ありとする

（帰無仮説を棄却する）

【要点書き出し用スペース】

心理統計法第 10 回　　　　　　　　　　　学籍番号：
講義ノート p.6
講義担当：佐々木康成　　　　　　　　　　名　　前：

【手がかり用スペース】

練習問題

次のデータの平均値間に差があるか t 検定を行いなさい

	A	B
N	6	6
標本平均	24.0	12.0
標本標準偏差	3.00	6.00

解答

対応のある t 検定

対応があるとは？

被験者が複数の条件を一人で行う，という意味

個人差を取り除くことが出来る

対応のある検定では N の数は等しい

t 検定の手続きと計算

対応のある X_1 と X_2 の差の分布を考える（差の分布を D と置く）

母集団が同一ならば差は 0 になるはず

差の平均 $\bar{D}$ の標準誤差

$$\sigma_{\bar{D}} = \sigma_{D} / \sqrt{N} \qquad S_{\bar{D}} = \frac{S_D}{\sqrt{N}} = \frac{\sqrt{\dfrac{\Sigma(D-\bar{D})^2}{N-1}}}{\sqrt{N}}$$

直接は求められないので推測する（不偏分散の利用）

t の値を求め，臨界量と比較する

$$t_0 = \frac{\bar{D}-0}{S_{\bar{D}}} \qquad t_0 = \frac{\sum D/N}{\dfrac{\sqrt{\dfrac{\Sigma(D-\bar{D})^2}{N-1}}}{\sqrt{N}}} = \frac{\sum D/N}{\sqrt{\dfrac{N\sum D^2 - (\sum D)^2}{N^2(N-1)}}}$$

臨界量を求める際には自由度に注意

N-1 で求める．対応の無い場合と異なるので注意

【要点書き出し用スペース】